$VS^{25}T_{01}$. Представление множеств в компьютере

КМ2025, курс 1, семестр 1
доц. Малевич А.Э.
04-сен-2025

Ключевые слова: множество, мощность множества, конечные и бесконечные множества, счётные множества, операции над множествами и их свойства, разбиения и покрытия множества, подмножества, булеан, декартово (прямое) произведение множеств, представление множеств в компьютерных программах, битовые шкалы и код Грея, позиционные системы счисления, числа и цифры.

Задание. Познакомьтесь с математическим понятием множество, с операциями над множествами и со свойствами этих операций. Для этого достаточно внимательно прочесть **пп.1.1–1.4.2** книги [**1**]. Рекомендуется также заглянуть (и периодически заглядывать в дальнейшем) в книгу [**2**]. Необходимый минимум информации можно найти в конспекте [**3**].

Данное задание следует выполнить с помощью процессора электронных таблиц *MS Excel*. Полученные результаты следует оформить в виде xlsx-документа, содержащего семь страниц: «**Info**», «**Gray**», «**Race**», «**Color**», «**Unit**», «**SC2**», «**Races**». На странице «**Info**» в произвольной форме следует разместить все текстовые комментарии по ходу выполнения задания. Содержание остальных страниц будет разъяснено далее в задании. Сам документ следует назвать следующим образом: «**VS1T01 ФамилияИмя.xlsx**», здесь **VS** означает название предмета «Введение в Специальность»; **1** — номер семестра; **T** — «самостоятельная работа» от *Task* = *Задание* (возможные варианты: **L** — «лекция/конспект лекции», **B** — «книга» от *Book* = *Книга*); **01** — порядковый номер; далее идёт ровно один ПРОБЕЛ; затем Ваши Фамилия и Имя, написанные кириллицей с заглавных букв и БЕЗ пробела.

1. **Множества**. На страницах «**Race**», «**Color**» и «**Unit**» задайте три множества: **Race** = {Зерг, Терран, Протосс}, **Color** = {Красный, Жёлтый, Зелёный, Синий, Пурпурный}, **Unit** = {Здание, Рабочий, Наземный, Воздушный} (см. [**4**]). В компьтерных программах элементы множеств удобнее представлять (задавать, идентифицировать) числами или цифрами. Например, вышеупомянутое множество **Unit** с точки зрения «компьютера» выглядит следующим образом: **4** = {0, 1, 2, 3}. Это означает, что четырёхэлементное множество с идентификатором «**4**» состоит из элементов с идентификаторами: «0», «1», «2», «3». Учитывая сказанное, оформите множества **Race**, **Color** и **Unit** в виде таблиц (см. **Рис.1**), по одной таблице на странице.

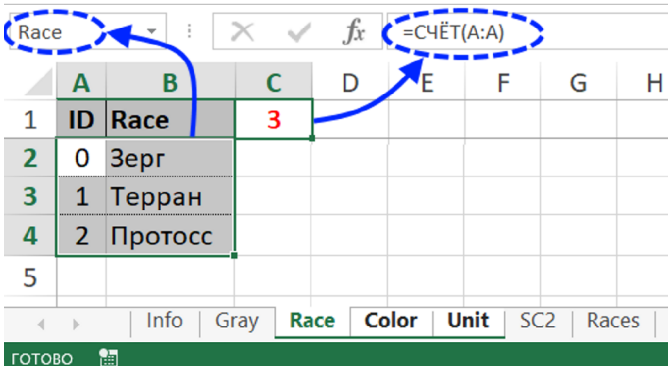

Рис 1. Задание множества в компьютере

2. **Декартово произведение множеств**. Рассмотрим множество **SC2** = **Race**×**Color**×**Unit**, являющееся декартовым произведением трёх множеств, упоминаемых в предыдущем пункте. Ответьте на вопросы: (а) Что из себя представляют элементы этого множества? (б) Сколько всего элементов в этом множестве (какова его мощность)? (в) Как связаны между собой мощности множеств: **SC2**, **Race**, **Color** и **Unit**? На странице «**SC2**» задайте множество **SC2** и вычислите все его элементы по их идентификаторам (см. **Рис.2**). Рекомендуется использовать следующие встроенные функции *MS Excel*:
СЧЁТ (COUNT) — подсчитывает количество чисел в списке аргументов;
ЧАСТНОЕ (QUOTIENT) — возвращает целую часть частного при делении;
ОСТАТ (MOD) — возвращает остаток от деления;
ЕСЛИ (IF) — выполняет проверку условия;
ВПР (VLOOKUP) — ищет значение в первом столбце массива и возвращает значение из ячейки в найденной строке и указанном столбце.

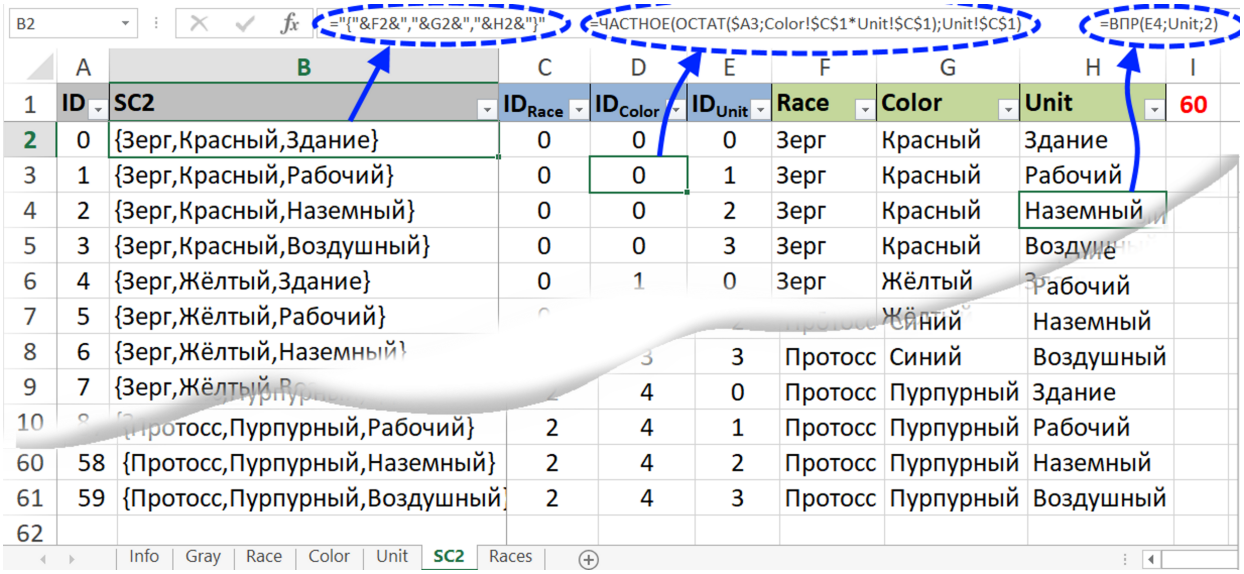

Рис 2. Декартово произведение множеств

3. **Булеан множества**. На странице «**Races**» задайте множество **Races** = $2^{\mathbf{Race}}$ всех подмножеств (булеан) множества **Race** и вычислите все его элементы по их идентификаторам (см. **Рис.3**).

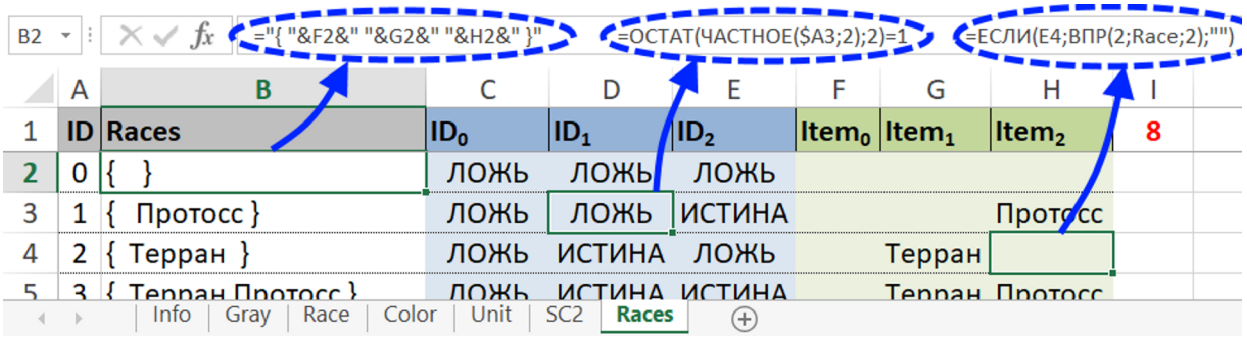

Рис 3. Булеан множества

4. **Код Грея**. На странице «**Gray**» составьте таблицу кодов (см. **Рис.4**) для первого килобайта (подробности см. [**1**], п.**1.3.3** на с.40-41). Для обозначения цифр используйте заглавные буквы латинского алфавита (см. **Рис.5**). Программу писать не требуется. Все таблицы с кодами Грея рекомендуется построить вручную, разряд за разрядом. По алгоритму требуется периодически делать копию ранее построенной таблицы, но записанной в обратном порядке. Сделать это можно на вспомогательной страничке, оставив на ней только две графы: первая — с идентификаторами, вторая — с конструируемым кодом Грея. Затем эту вспомогательную таблицу можно рассортировать «по убыванию» (команда на закладке «ДАННЫЕ» панели инструментов), скопировать и перенести в нужное место командой «Специальная вставка / Значения».

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1	#	Позиционный код					Код Грея					#
2		P2	P3	P5	P16	P29	G2	G3	G5	G16	G29	
3	0	0000000000	0000000	00000	000	000	0000000000	0000000	00000	000	000	0
4	1	0000000001	0000001	00001	001	001	0000000001	0000001	00001	001	001	1
5	2	0000000010	0000002	00002	002	002	0000000011	0000002	00002	002	002	2
6	3	0000000011	0000010	00003	003	003	0000000010	0000012	00003	003	003	3
7	4	0000000100	0000011	00004	004	004	[illegible]110	0000011	00004	004	[illegible]	
8	5	0000000[illegible]	[illegible]00012	00010	005	[illegible]	1000000100	[illegible]000010	00014	005	[illegible]	
9	6	000[illegible]	[illegible]20	00011	006	162	1000000101	1101022[illegible]	[illegible]213	[illegible]5	1MQ	1017
[illegible]	[illegible]	[illegible]1111111010	[illegible]	[illegible]	[illegible]A	163	1000000111	1101021	11031	305	1MP	1018
[illegible]2	1019	1111111011	1101202[illegible]	[illegible]	3FB	164	1000000110	1101020	11030	304	1MO	1019
1023	1020	1111111100	1101210	13040	3FC	165	1000000010	1101010	11040	303	1MN	1020
1024	1021	1111111101	1101211	13041	3FD	166	1000000011	1101011	11041	302	1MM	1021
1025	1022	1111111110	1101212	13042	3FE	167	1000000001	1101012	11042	301	1ML	1022
1026	1023	1111111111	1101220	13043	3FF	168	1000000000	1101002	11043	300	1MK	1023

Рис 4. Позиционные коды и коды Грея

Таблица должна содержать коды двух типов:
1) **позиционные**:
P2 — двоичный позиционный код;
P3 — троичный позиционный код;
P5 — пятеричный позиционный код;
P16 — шестнадцатеричный позиционный код;
P29 — двадцатидевятеричный позиционный код;
2) **коды Грея**:
G2 — двоичный код Грея;
G3 — троичный код Грея;;
G5 — пятеричный код Грея;
G16 — шестнадцатеричный код Грея;
G29 — двадцатидевятеричный код Грея.

0 → **0**	1 → **1**	2 → **2**	3 → **3**	4 → **4**	5 → **5**	6 → **6**	7 → **7**	8 → **8**	9 → **9**
10 → **A**	11 → **B**	12 → **C**	13 → **D**	14 → **E**	15 → **F**	16 → **G**	17 → **H**	18 → **I**	19 → **J**
20 → **K**	21 → **L**	22 → **M**	23 → **N**	24 → **O**	25 → **P**	26 → **Q**	27 → **R**	28 → **S**	29 → **T**

Рис 5. Цифры

5. **Объединение и пересечение множеств**. Рассмотрим некоторое универсальное множество U и некоторые его подмножества, которые мы будем обозначать $M_p := \{x \in U \mid \text{элемент } x \text{ обладает неким свойством } p\}$. Для примера в качестве универсального множества U можно рассмотреть некую большую группу людей. Тогда можно представить, например, следующие множества: $M_{\text{карий}} = \{\textit{подмножество людей с карими глазами}\}$, $M_{\text{P105}} = \{\textit{подмножество людей, рост которых равен 1 метру и 5 сантиметрам}\}$, $M_{\text{B21}} = \{\textit{подмножество людей, достигших 21 года}\}$.

   Итак, требуется вычислить (и свои выкладки обосновать!) чему равны:

$$\bigcup_{p\in\phi} M_p = \text{??}\,, \quad \bigcap_{p\in\phi} M_p = \text{??}\,. \tag{1}$$

   Здесь ϕ — пустое множество. Ответ и его обоснование запишите на странице «**Info**».

6. **Подмножества, булеан**. На странице «**Info**» выпишите все подмножества (то есть булеан) каждого из четырех нижеследующих множеств:

$$M_1 = \phi,\ \ M_2 = \{\phi\},\ \ M_3 = \{x\},\ \ M_4 = \{x, y\}. \tag{2}$$

7. **Числа и цифры**. Подумайте и попробуйте объяснить, какой смысл принято вкладывать в понятия: «число» и «цифра». Чем «число» отличается от «цифры»? К примеру, «девятнадцать» — это число или цифра? Вспомните, в чём заключается принципиальное отличие любого «конечного множества» от любого «бесконечного множества»? Все ли бесконечные множества «похожи» друг на друга? Почему в математике принято отличать «счётные множества» от «несчётных множеств»? Свой ответ запишите на странице «**Info**».

8. **Вопрос на засыпку**. Известно, что множества существуют. И их достаточно много. Является ли множеством «множество всех множеств». Своё мнение обоснуйте на странице «**Info**».

Рекомендуемая литература

1. **Новиков Ф.А.** *Дискретная математика для программистов: Учебник для вузов*. СПб. : Питер, 2009. — 384 с. — https://stugum.files.wordpress.com/2014/03/novikov.pdf (**пп. 1.1–1.4.2** на сс.23–50).
2. **Вавилов Н.А.** *Не совсем наивная теория множеств.* Учебник. СПб.: 2008. — 474 с. — http://patryshev.com/books/set-int.pdf
3. **Кротов В.Г.** *Введение в математику (лекционные записки)*. Минск: ЭБ БГУ, 2006. — 37 с. — http://elib.bsu.by/handle/123456789/10781
4. **Википедия** *StarCraft II.* Википедия, 2025. — https://ru.wikipedia.org/wiki/StarCraft#Игровой_мир