

# Системная динамика и агентное моделирование

УСР1. Модель Басса или модель  
потребительского рынка

Дисциплина для магистрантов  
специальность «Математика и компьютерные науки»  
профилизация «Компьютерная математика системный анализ»

доц. Лаврова О.А.

механико-математический факультет, БГУ, Минск

2024

# Содержательная постановка задачи

**Модель Басса** (Bass diffusion model, 1969) -- модель распространения нового продукта или услуги или инновации; модель потребительского рынка.

Ограничения: Все люди на рынке ведут себя одинаково и могут быть либо потенциальными клиентами нового продукта ( $P(t)$  их количество), либо клиентами нового продукта ( $A(t)$  их количество).

Предположения: скорость изменения количества клиентов нового продукта определяется рекламой и межличностными коммуникациями (косвенной рекламой).

Поведение: Изначально новый продукт никому не известен и для того, чтобы люди начали его приобретать, он рекламируется. В результате определенная доля людей на рынке приобретает продукт под воздействием рекламы. Также люди приобретают продукт в результате общения с теми, кто этот продукт уже приобрел.

# Математическая модель

В качестве неизвестной величины рассматривается количество клиентов нового продукта на рынке  $A(t)$

Потенциальные клиенты  $P(t)$  становятся клиентами  $A(t)$  со скоростью (темп продаж), которая зависит от рекламы  $AdoptionFromAd$  и от косвенной рекламы  $AdoptionFromWOM$

$$\frac{dA}{dt} = AdoptionFromAd + AdoptionFromWOM$$

Полагается, что скорость, соответствующая рекламе, пропорциональна числу потенциальных клиентов с коэффициентом пропорциональности  $AdEffectiveness = const > 0$

$$AdoptionFromAd = P * AdEffectiveness$$

Скорость, соответствующая косвенной рекламе, при условии, что все контактируют со всеми

$$AdoptionFromWOM = A * ContactRate * \frac{P}{N} * AdoptionFraction$$

где  $ContactRate = const > 0$  – количество контактов человека в единице времени,

$N = P + A = const > 0$  – общее количество людей на рынке

$$\frac{dA}{dt} = k_1(N - A) + k_2(N - A)A$$

где  $k_1 = AdEffectiveness = const > 0$ ,  $k_2 = \frac{ContactRate * AdoptionFraction}{N} = const > 0$ .

# Аналитическое решение

$$\begin{cases} \frac{dA}{dt} = k_1(N - A) + k_2(N - A)A \\ A(t_0) = A_0 \end{cases}$$

**Задание 1. Постройте** аналитическое решение для модели Басса для заданного количества клиентов  $A_0$  в начальный момент времени  $t_0$  (например, методом разделения переменных).

**Задание 2. Сравните** построенное аналитическое решение с решением, полученным в *Mathematica* с помощью функции DSolve.

# Качественный анализ модели

$$\frac{dA}{dt} = k_1(N - A) + k_2(N - A)A$$

ДУ представляет собой нелинейную динамическую систему 1-го порядка с единственным положением равновесия  $A \equiv N$ , которое является устойчивым.

**Задание 3. Докажите** устойчивость положения равновесия  $A \equiv N$ .

**Задание 4.** Анализируя математическую модель, **определите** момент времени, начиная с которого продолжать рекламу становится невыгодным. Для информации см. [А. А. Самарский, А. П. Михайлов. *Математическое моделирование: Идеи. Методы. Примеры.* -- М.: Физматлит, 2001. стр. 150]